

## Examen d'admission formation BP HEP-VS : exemple d'épreuve écrite du domaine des Sciences

**Branche : Mathématiques**

\*\*\*\*\*

### Préambule à lire attentivement

La durée de l'examen est de 120 minutes. L'épreuve comporte 5 parties indépendantes. Aucun support n'est autorisé. La calculatrice n'est pas non plus autorisée. Indiquez votre nom et prénom sur chaque feuille de l'examen en bas à gauche. Les parties I et III.1 sont à réalisées directement sur le document de l'examen. Les autres parties sont à réaliser sur des feuilles doubles. N'oubliez pas d'indiquer le numéro de la partie ainsi que le numéro de la question lorsque vous répondez sur votre feuille. Une réponse sans justification est considérée comme fautive, sauf demande explicite contraire. Il faut donc justifier toutes vos réponses. L'épreuve est à rendre seulement à la fin officielle de l'examen. Aucune prolongation de temps ne sera accordée.

\*\*\*\*\*

### Barème et note finale

Partie I : 12 points

Partie II : 22 points

Partie III : 25 points

Partie IV : 15 points

Partie V : 25 points

Rédaction : 1 point

Dans chacune des parties, le barème est détaillé pour chacune des questions.

Le nombre total de points est de 100. La note finale obtenue sera sur 6 et est calculée grâce à la formule suivante :

$$\text{Note finale} = \frac{\text{nombre de points obtenu}}{\text{nombre total de points}} \times 6$$

---

Nom et prénom :

page 1

\*\*\*\*\*

## Partie I : un peu de calculs (12 points)

### I.1

Donner le résultat des calculs suivants : (1,5 points, 1 point pour une erreur, 0,5 points de deux erreurs, 0 sinon)

$8 \times 7 =$	$12 \times 9 =$	$8 \times 4 =$	$5,12 \times 4,2 =$
$7 \times 6 =$	$10 \times 7 =$	$8 \times 2 =$	$54 \div 6 =$
$8 \times 7 =$	$12 \times 12 =$	$8,5 \times 3 =$	$33 \div 11 =$
$4 \times 4 =$	$3 \times 6 =$	$9,22 \times 4 =$	$81 \div 9 =$
$7 \times 6 =$	$8 \times 5 =$	$2,5 \times 4 =$	$81 \div 3 =$
$11 \times 11 =$	$4 \times 7 =$	$8,32 \times 3 =$	$11 \div 2 =$

### I.2

Poser les multiplications et les divisions euclidiennes suivantes : (2 points)

a)  $4,35 \times 2,78$

b)  $62,8 \times 4,76$

c)  $732 \div 21$

d)  $1963 \div 850$

### I.3

Donner les résultats des calculs suivants; un chiffre après la virgule si nécessaire (1,5 points, 1 point si 1 erreur, 0 sinon).

$4,2 \div 1,5 =$	$25 - 42 =$	$-25 \div (-5) =$
$54,5 \div 12,2 \approx$	$-42 - 45 =$	$7^2 =$
$61 - 25 =$	$-5 \times (-3) =$	$(-2)^3 =$
$183 + 49 =$	$-3 \times 5 =$	$(-1)^4 =$

Nom et prénom :

page 2

**I.4**

Calculer les expressions suivantes : (1 point)

1.  $A = 2 + 2 \times 2 =$
2.  $B = (6 + 4 \times 2) \times (12 - 4 \times 2) =$
3.  $C = (8 - 3) \times 5 + 12 \div 3$
4.  $D = (10 + 2) \times 3^2 - 5 =$

**I.5**

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. (1,5 points)

$$\frac{49}{35} - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{27}{15} \times \frac{5}{3} =$$

$$\frac{54}{44} \div \frac{42}{132} =$$

**I.6**

Critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9, 10 et 12. Cocher les cases correctes. (1 point, 0,25 par ligne correcte)

	2	3	4	5	9	10	12
1716							
312							
550							
12345							

**I.7**

Convertir (1 point)

- a) 159 ml = ..... l
- b) 250 dl = .....m<sup>3</sup>
- c) 0,045 dam = .....mm
- d) 0,12cm<sup>2</sup> = ..... m<sup>2</sup>

Convertir en heure, minute et seconde. (1,5 points)

- a) 10,353h = .....h.....min.....s
- b) 2,5j = .....h..... min.....s
- c) 6601s = .....h.....min.....s

## I.8

Compléter le tableau de proportionnalité suivant : (1 point)

2,8	5,2	8
12,6	23,4	

\*\*\*\*\*

## Partie II : logique et raisonnement mathématique (22 points)

### II.1

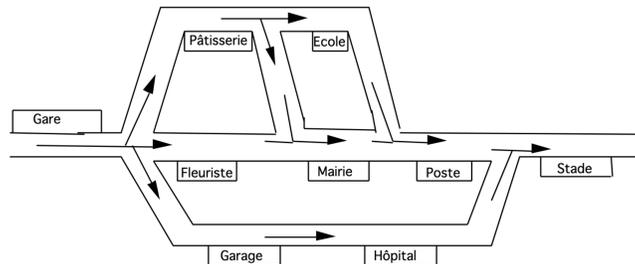
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

- La somme de deux nombres pairs est un nombre pair. (2 points)
- La produit de deux nombres impairs est un nombre impair. (2 points)
- Tout nombre divisible par 3 est divisible par 9. (2 points)
- Tout nombre divisible par 9 est divisible par 3. (2 points)
- Le carré d'un nombre impair est pair. (2 points)
- $7^{2025}$  est divisible par 7. (2 points)
- La somme de trois nombres entiers consécutifs est divisible par 3. (2 points)
- Le produit de trois entiers consécutifs est toujours divisible par 2 et par 3. (2 points)
- Si  $n$  est un entier pair, alors  $n^2 + n$  est divisible par 2. (2 points)

### II.2

Voici le circuit possible d'un bus. On se place dans un modèle parfaitement déterminé (le bus suit la direction des flèches, il ne peut pas faire de demi-tour, ni s'arrêter pour n'importe quelle raison). Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en justifiant vos réponses.

- $P_1$  : « Si un bus passe devant le garage, alors il passe devant l'hôpital. » (1 point)
- $P_2$  : « Si un bus passe devant la poste, alors il passe devant la mairie. » (1 point)
- $P_3$  : « Si un bus passe devant la mairie, alors il passe devant la poste. » (1 point)
- $P_4$  : « Si un bus ne passe pas devant la mairie, alors il ne passe pas devant la poste. » (1 point)



Nom et prénom :

page 4

\*\*\*\*\*

## Partie III : géométrie élémentaire (25 points)

### III.1

Entourer la bonne réponse pour chacune des questions. À faire directement sur la feuille d'examen. Aucune justification n'est demandée. (10 points, 1 point par réponse correcte, -1 par réponse fausse ou non réponse)

1. Quelle condition est nécessaire pour appliquer le théorème de Pythagore
  - a) Il n'y a aucune condition nécessaire.
  - b) Le triangle doit être rectangle.
  - c) Le triangle doit être équilatéral.
  - d) Le triangle doit être isocèle.
2. Dans un triangle rectangle, si  $a = 6$  cm et  $b = 8$  cm, quelle est la longueur de l'hypoténuse  $c$ ?
  - a) 10 cm
  - b) 12 cm
  - c) 14 cm
  - d) 15 cm
3. Dans un triangle rectangle, l'angle  $\theta$  est tel que  $\sin(\theta) = \frac{4}{5}$ . Quelle est la longueur du côté opposé à  $\theta$  si l'hypoténuse mesure 5 cm ?
  - a) 5 cm
  - b) 4 cm
  - c) 3 cm
  - d) 2 cm
4. Le cosinus de l'angle  $\theta$  dans un triangle rectangle est égal à 0,8. Si l'hypoténuse mesure 12 cm, quelle est la longueur du côté adjacent à  $\theta$ ?
  - a) 10 cm
  - b) 9,6 cm
  - c) 8 cm
  - d) 7,2 cm
5. Quelle est l'aire d'un cercle de diamètre  $d = 10$  cm ?
  - a)  $A = 100\pi$  cm<sup>2</sup>
  - b)  $A = 25\pi$  cm<sup>2</sup>
  - c)  $A = 10\pi$  cm<sup>2</sup>
  - d)  $A = 5\pi$  cm<sup>2</sup>
6. Quelle est la formule pour calculer le périmètre d'un cercle ?
  - a)  $P = 2\pi r^2$

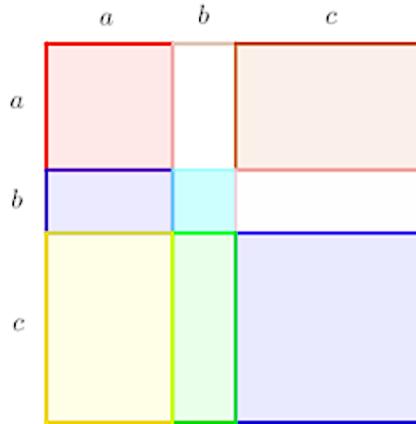
- b)  $P = \pi r$
  - c)  $P = 2\pi r$
  - d)  $P = \pi r^2$
7. Dans un triangle rectangle de base  $b = 10$  cm et de hauteur  $h = 6$  cm, quelle est l'aire du triangle ?
- a)  $60 \text{ cm}^2$
  - b)  $30 \text{ cm}^2$
  - c)  $60 \text{ cm}$
  - d)  $30 \text{ cm}$
8. Dans un triangle rectangle, si un des côtés mesure 9 cm et l'hypoténuse mesure 15 cm, quelle est la longueur du deuxième côté ?
- a) 10 cm
  - b) 12 cm
  - c) 7 cm
  - d) 6 cm
9. Dans un triangle si les côtés valent  $a = 3$  cm,  $b = 4$  cm et  $c = 6$  cm, ce triangle est-il rectangle ?
- a) Oui
  - b) Non
  - c) On ne peut pas savoir, il manque des informations.
10. Soit un rectangle de longueur  $a > 0$  et de largeur  $b > 0$ . Le périmètre  $\mathcal{P}$  et l'aire  $\mathcal{A}$  de ce rectangle sont donnés par les formules suivantes :
- a)  $\mathcal{P} = 2a + b$  et  $\mathcal{A} = a \times b$
  - b)  $\mathcal{P} = a \times b$  et  $\mathcal{A} = 2(a + b)$
  - c)  $\mathcal{P} = 2(a + b)$  et  $\mathcal{A} = a \times b$
  - d)  $\mathcal{P} = (a + b)^2$  et  $\mathcal{A} = 2a + b$

### III.2

- a) Construire un triangle  $ABC$  tel que  $AB = 13$  cm ;  $AC = 12$  cm et  $BC = 5$  cm. (1 point)
- b) Démontrer que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ . (2 points)
- c) Construire le point  $M$  du segment  $[AC]$  tel que  $AM = 6$  cm et le point  $P$  du segment  $[AB]$  tel que  $AP = 6,5$  cm. (1 point)
- d) Montrer que les droites  $(BC)$  et  $(PM)$  sont parallèles. (2 points)
- e) Montrer que  $PM = 2,5$  cm. (2 points)
- f) Montrer que les droites  $(PM)$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires. (2 points)

### III.3

On donne un carré partitionné de la manière suivante, avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  des longueurs positives :



- a) Exprimer l'aire du carré de deux manières différentes. (2 points)  
 b) En déduire que pour tout nombre réel  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  et  $c \geq 0$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

(1 point)

- c) Démontrer l'identité dans le cas général, pour tout  $x$ ,  $y$ ,  $z$  réels, on a

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

(2 points)

Indication : on rappelle que pour tout  $x$  et  $y$  réels,  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

\*\*\*\*\*

## Partie IV : modélisation et résolution d'équations (15 points)

### IV.1

Un jardin rectangulaire a une largeur de 4 mètres de moins que sa longueur. Son aire est de  $96 \text{ m}^2$ . Quelle est la longueur et la largeur du jardin? (10 points)

### IV.2

On considère un carré dont la longueur du côté est  $c$ . On cherche à déterminer la valeur de  $c$  pour laquelle l'aire et le périmètre du carré sont égaux. (5 points)

\*\*\*\*\*

## Partie V : dénombrement, probabilités et statistiques (25 points)

### V.1

Un code secret est composé de 4 caractères. Chaque caractère peut être : une lettre majuscule de l'alphabet (de A à E) et un chiffre (de 0 à 9).

- a) Combien de codes secrets différents peuvent être créés ? (2 points)
- b) Combien de codes secrets peuvent être créés si le premier caractère doit obligatoirement être une lettre et le dernier caractère doit obligatoirement être un chiffre ? (3 points)

### V.2

Dans un sac, il y a 5 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules vertes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

- a) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ? (1 point)
- b) Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ou verte ? (1 point)
- c) Quelle est la probabilité de ne pas tirer une boule rouge ? (1 point)
- d) Si on tire deux boules successivement sans remise, quelle est la probabilité que la première soit rouge et la deuxième bleue ? (2 points)

### V.3

Dans une école, 60% des élèves sont des filles et 40% des élèves sont des garçons. Parmi les filles, 30% portent des lunettes, tandis que parmi les garçons, 10% portent des lunettes. Un élève est choisi au hasard. On sait que cet élève porte des lunettes.

Quelle est la probabilité (arrondi au dixième près) que cet élève soit une fille ? (10 points)

### V.4

Dans une classe, un élève a passé 4 examens, chacun avec un coefficient différent. Voici les notes obtenues et les coefficients associés :

Examen	Note obtenue sur 6	Coefficient
Mathématiques	5	3
Français	3	3
Histoire	4	1
Sciences	5	4

- a) Calculer la moyenne pondérée des notes de cet élève arrondie au dixième près. (3 points)
- b) Trouver la valeur médiane. Interpréter le résultat. (2 points)

\*\*\*\*\*